**3.1 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ**

**Η Εξίσωση αx + β = 0**

**Στο Γυμνάσιο μάθαμε τον τρόπο επίλυσης των εξισώσεων της μορφής αx + β = 0 για συγκεκριμένους αριθμούς α, β, με α ≠ 0. Γενικότερα τώρα, θα δούμε πώς με την βοήθεια των ιδιοτήτων των πράξεων, επιλύουμε την παραπάνω εξίσωση, οποιοιδήποτε και αν είναι οι αριθμοί α, β .**

**Έχουμε λοιπόν:**

**αx + β = 0 αx + β - β = - β**

 **αx = -β**

**Διακρίνουμε τώρα τις περιπτώσεις:**

**⦁ Αν α ≠ 0, τότε:**

**αx = -β x = -**$ \frac{β}{α}$

**Επομένως, αν α ≠ 0 η εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση, την x = -**$ \frac{β}{α}$ **.**

**⦁ Αν α = 0, τότε η εξίσωση αx = -β γίνεται:**

 **0x = -β, η οποία:**

**i) αν είναι β ≠ 0 δεν έχει λύση και γι αυτό λέμε ότι είναι αδύνατη, ενώ**

**ii) αν είναι β = 0 έχει τη μορφή 0x = 0 και αληθεύει για κάθε πραγ­ματικό αριθμό x, δηλαδή είναι ταυτότητα, και λέμε ότι είναι αόριστη .**

**Η λύση της εξίσωσης αx + β = 0 και γενικά κάθε εξίσωσης λέγεται και ρίζα αυτής.**

**Παραδείγματα:**

**✓ Για την εξίσωση 4(x - 5) = x - 5 έχουμε:**

**4(x - 5) = x - 5 4x - 20 = x - 5**

 **4x - x = 20 - 5**

 **3x = 15**



**Άρα, η εξίσωση έχει μοναδική λύση, την x = 5 .**

**✓ Για την εξίσωση 3x - x - 3 = 2x έχουμε:**

**3x - x - 3 = 2x 3x - x - 2x = 3 0x = 3**

**που είναι αδύνατη.**

**✓ Για τη εξίσωση 4(x - 5) - x = 3x - 20 έχουμε:**

**4(x - 5) - x = 3x – 20**

**4x - 20 - x = 3x - 20**

**4x - x - 3x = - 20 + 20**

**0x = 0**

**που είναι αόριστη (ταυτότητα).**

**ΣΧΟΛΙΟ**

**Όπως βλέπουμε στα παραπάνω παραδείγματα, κάθε φορά καταλήγουμε σε εξίσωση της μορφής αx + β = 0, της οποίας οι συντελεστές α και β είναι συγκεκριμένοι αριθμοί και μπορούμε αμέσως να δούμε ποια από τις προη­γούμενες περιπτώσεις ισχύει. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο, αν οι συντελεστές α και β της εξίσωσης**

**αx + β = 0 εκφράζονται με τη βοήθεια γραμμάτων. Σε τέτοιες περιπτώσεις, τα γράμματα αυτά λέγονται παράμετροι, η εξίσωση λέγεται παραμετρική και η εργασία που κάνουμε για την εύρεση του πλή­θους των ριζών της λέγεται διερεύνηση.**

**Για παράδειγμα η εξίσωση**

**(λ2 - 1)x - λ + 1 = 0 , λ R**

**έχει παράμετρο το λ και γράφεται ισοδύναμα:**

**(λ2 - 1)x - λ + 1 = 0 (λ2 - 1)x = λ - 1**

 **(λ + 1)(λ - 1)x = λ - 1**

**Επομένως:**

**✓ Αν (λ + 1)(λ - 1) ≠ 0**

**( (λ + 1) ≠ 0 και (λ - 1) ≠ 0 )**

**( λ ≠ -1 και λ ≠ 1 ), η εξίσωση έχει μοναδική λύση, την**



**✓ Αν λ = -1, η εξίσωση γίνεται:**

**0x = -1 - 1 0x = -2 και είναι αδύνατη.**

**✓ Αν λ = 1, η εξίσωση γίνεται:**

 **0x = 1 - 1 0x = 0 και είναι αόριστη (ταυτότητα).**