**4.1 ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ**

# Ασκήσεις σχολικού βιβλίου σελίδων 131 – 132

**A΄ Οµάδας**

## 1.

Ποιες από τις παρακάτω παραστάσεις είναι πολυώνυµα του x :

**i)** 1 – x3

1

**ii)**

3  32x  3x2  x3

### iii)

**Λύση**

x  **iv)**

x

x 4  2$x^{\frac{1}{3}}$  4x 1

Πολυώνυµα του x είναι οι παραστάσεις 1 –

x3 ,

3  32x  3x2  x3

## 2.

∆ίνονται τα πολυώνυµα Ρ(x) =

τα πολυώνυµα:

x2  5x  2

και Q(x) =

x3  3x 1 . Να βρεθούν

**i)** Ρ(x) + Q(x) **ii)** 2Ρ(x) – 3Q(x) **iii)** Ρ(x) .Q(x) **iv)**

### Λύση

**i)**

P x2

Ρ(x) + Q(x) =

x2  5x  2 +x3  3x 1 =

x3  x2  2x  3

### ii)

2Ρ(x) – 3Q(x) = 2( x2  5x  2 ) – 3( x3  3x 1 )

= 2x2 10x  4 – 3x3  9x  3

= 3x3  2x2 – 19 x + 1

### iii)

Ρ(x)∙Q(x) = ( x2  5x  2 ) ( x3  3x 1 )

= x5  3x3  x2  5x4 15x2  5x  2x3  6x  2

= x5  5x 4  5x3 14x2  x  2

### iv)

P x2 =

=

=

(x2  5x  2)2

x4  25x2  4 10x3  20x  4x2

x4 10x3  29x2  20x  4

## 3.

Να βρείτε για ποιες τιµές του µ, το πολυώνυµο

Ρ(x) = (43  )x3  4(2 $\frac{1}{4}$ )x  2 1

είναι το µηδενικό πολυώνυµο.

### Λύση

Πρέπει:

43   = 0 και

2 $\frac{1}{4}$

= 0 και

2 1 = 0

● 43   = 0 (42 1) = 0 

 µ = 0 ή 42 1 = 0 

 μ = 0 ή 2 = $\frac{1}{4}$ 

µ = 0 ή µ = $\frac{1}{2}$ή µ = − $\frac{1}{2}$ **(1)**

##  μ2 = $\frac{1}{4} $

##  µ = $\frac{1}{2}$ ή µ = − $\frac{1}{2}$ (2)

## ● μ2 − $\frac{1}{4}$ = 0

● 2 1 = 0 –2µ = –1

 µ =$\frac{1}{2} $ **(3)**

Οι **(1)**, **(2)**, **(3)** συναληθεύουν για µ = $\frac{1}{2}$

## 4.

Να βρείτε για ποιες τιµές του α, τα πολυώνυµα

Ρ(x) = (2  3)x3  x 2   και Q(x) = 2x3  2x 2  (3 1)x 1

### Λύση

είναι ίσα.

Πρέπει:

2  3 = –2 και 1 = 2

και 0 = 3 1

και  = 1

Η µοναδική τιµή  = 1 επαληθεύει τις άλλες τρεις εξισώσεις, άρα είναι η ζητούµενη.

## 5.i)

Να εξετάσετε ποιοι από τους αριθµούς που δίνονται, είναι ρίζες του πολυωνύµου

Ρ(x) =

### Λύση

2x3  3x 2  2x  7 , x = –1, x = 1

P(–1) = 2∙ 13  3∙12 2∙1  7

= –2 – 3 – 2 + 7 = 0

Άρα ο αριθµός –1 είναι ρίζα του πολυωνύµου Ρ(x).

P(1) = 21 – 31 + 21 + 7 = 2 – 3 + 2 + 7 = 8  0

Άρα ο αριθµός 1 δεν είναι ρίζα του πολυωνύµου Ρ(x).

## 5.ii)

Να εξετάσετε ποιοι από τους αριθµούς που δίνονται, είναι ρίζες του πολυωνύµου

Q(x) =

### Λύση

Q(–1) =

x 4 1, x = –1, x = 1, x = 3

(1)4 1 = –1 + 1 = 0

Άρα ο αριθµός –1 είναι ρίζα του πολυωνύµου Q(x).

Q(1) = –14 + 1 = –1 + 1 = 0

Άρα ο αριθµός 1 είναι ρίζα του πολυωνύµου Q(x).

Q(3) = – 34 + 1 = – 81 + 1 = –80  0

Άρα ο αριθµός 3 δεν είναι ρίζα του πολυωνύµου Q(x).

## 6.

Να βρείτε για ποιες τιµές του k, το 2 είναι ρίζα του πολυωνύµου

### Λύση

Ρ(x) =

x3  kx2  5x  k

Το 2 είναι ρίζα του Ρ(x)  Ρ(2) = 0

23  k∙22  5  2  k = 0

8 – 4k + 10 + k = 0

–3k = –18

k = 6

## 7.

Για ποιες τιµές του  , η τιµή του πολυωνύµου Ρ(x) = 5x2  3x  2  2

x = –1 είναι ίση µε 1.

### Λύση

για

Ρ(–1) = 1 

512 31  2  2 = 1

5 – 3  2  2 − 1 = 0

2 – 3 + 2 = 0 δευτεροβάθμια ως προς α με Διακρίνουσα

∆ = (−3)2 − 4∙1∙2 = 9 – 8 = 1 > 0, άρα έχει δύο ρίζες α1,2 = $\frac{-(-3)\pm \sqrt{1}}{2∙1}$ = $\frac{3\pm 1}{2} $, οπότε

α = $\frac{3+1}{2} $ = 2 ή α = $\frac{3-1}{2} $ = 1

# Β΄ Oµάδας

## 1.

Να βρείτε τους πραγµατικούς α, β, γ, για τους οποίους το πολυώνυµο

f(x) = 3x2  7x  5

### Λύση

παίρνει τη µορφή f(x) = x(x1)  x  

f(x) = x(x1)  x   = x2  x  x   = x2  (  )x  

Πολυώνυµο

x 2  (  )x   = πολυώνυµο

3x2  7x  5 

  3

και

    7

και

  5

  3

και 3    7

και

  5

  3

και

  10

και

  5

## 2.

Να βρείτε τους πραγµατικούς α, β, γ, για τους οποίους το πολυώνυµο

P(x) = 3x3  x 2  x  6

### Λύση

έχει ρίζες το –2 και το 3.

Το –2 είναι ρίζα του P(x) 

Ρ(–2) = 0

323  22  2  6 = 0

Το 3 είναι ρίζα του P(x) 

Ρ(3) = 0

333  32  3  6 = 0

3∙8    42∙  6= 0

–24 + 4α – 2β – 6 = 0 4α – 2β = 30

2α – β = 15 **(1)**

81 + 9∙ + 3∙ – 6 = 0

9α + 3β = – 75

3α + β = – 25 **(2)**

Σύστηµα των **(1)**, **(2)** :

 2  15



3 +   25





 215









 321525









  215









 5  10



  215







   2





  2(2)15







   2



 

  415

  19



 

 

 

   2    2





## 3.

Να βρείτε τους πραγµατικούς λ και µ, για τους οποίους το πολυώνυµο

P(x) = 2x3  x 2  x  6

### Λύση

έχει ρίζα το 1 και ισχύει Ρ(–2) = –12.

Το P(x) έχει ρίζα το 1  Ρ(1) = 0 

2 13   12   1 6 = 0

2      6 = 0

    8 **(1)**

Ρ(–2) = –12  2(2)3  (2)2  (2)  6 = –12

2(8)    4  2  6

= –12

–16 + 4λ – 2µ + 6 = –12 4λ –2µ = –2

2λ – µ = –1 **(2)**

 

λ + µ = 8

λ + µ = 8







Σύστηµα των **(1)**, **(2)** :  

2λµ = 1

µ = 2λ + 1





 

 

 



218







 21







3  9







  21







   3









  21





   3 

  3















 

  2(3)  1

  5

 

 

## 4.

Να βρείτε τον βαθµό του πολυωνύµου P(x) = (93  4)x3  (92  4)x  3  2 , για τις διάφορες τιµές του   .

### Λύση

**α)** Όταν 93  4  0  92  4  0

3  23  2  0

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| λ  0 | και | 3λ – 2 0 | και | 3λ + 2  0 |
| λ  0 | και | 3λ  2 | και | 3λ  –2 |
| λ  0 | και | λ $\frac{2}{3}$ | και | λ −$\frac{2}{3}$ |

τότε ο βαθµός του P(x) είναι 3.

**β)** Όταν

93  4 = 0 

92  4 = 0

3  23  2 = 0

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| λ = 0 | ή | 3λ – 2=0 | ή | 3λ + 2 = 0 |
| λ = 0 | ή | 3λ = 2 | ή | 3λ = –2 |
| λ = 0 | ή | λ $\frac{2}{3}$ | ή | λ −$\frac{2}{3}$ |

 τότε:

**β1)** Για λ = 0 , P(x) = – 4x + 2 οπότε ο βαθµός του P(x) είναι 1

**β2)** Για λ = $\frac{2}{3}$ , P(x) = 0x + 0x + 0 = 0 µηδενικό πολυώνυµο,

**β3)** Για λ = − $\frac{2}{3}$ , P(x) = 0x+0∙x  3∙(−$\frac{2}{3}$ ) 2 = 4 σταθερό πολυώνυµο με τιμή 4

 άρα έχει βαθµό 0.

που δεν έχει βαθµό

==

## 5.

Να βρείτε πολυώνυµο P(x), για το οποίο ισχύει

2x 1∙P(x) = 2x3  9x2  3x 1

### Λύση

Το γινόµενο 2x 1∙P(x) είναι πολυώνυµο ως γινόµενο δύο πολυωνύµων και ο

βαθµός του είναι 3, αφού ισούται µε το πολυώνυµο Άρα ο βαθµός του P(x) είναι 2.

2x3  9x2  3x 1.

Έστω P(x) =

x2  x   µε

  0

 Τότε θα πρέπει να ισχύει:

2x 1∙ P(x) = 2x3  9x2  3x 1 

2x 1 ( x 2  x   ) =

2x3  9x2  3x 1

2x3  2x 2  2x + x 2  x   =

2x3  (2  )x2  (2  )x   =

2x3  9x2  3x 1

2x3  9x2  3x 1

2α = 2 και 2β + α = – 9 και 2γ + β = –3 και γ = 1

α = 1 και 2β + 1 = –9 και 2∙1 + β = –3 και γ = 1

2β = –10 β = –5

β = –5

Άρα P(x) =

x2  5x 1.